

**INSTITUTO DE ESTUDIOS SUPERIORES
DE SANTA MARIA**

CARRERA:

Profesorado en Matemática

PLAN 1998

Diseño curricular áulico de la asignatura:

GEOMETRIA II

Curso: segundo año

Modalidad: cuatrimestral, primer cuatrimestre

Carga horaria: doce horas cátedra semanales

Profesora:

Ing. Lía Celinda Acosta

Año académico: 2012
Santa María - Catamarca

Asignatura: GEOMETRIA II

Fundamentación

La Geometría es una de las ramas de la matemática más utilizadas por el hombre común. Es imprescindible para lograr una representación del mundo físico. La geometría es fuente de intuiciones, muchas ramas de la matemática se han construido mediante la profundización de intuiciones geométricas (el Análisis, la Topología). La geometría permite la iniciación en el pensamiento formal, se presta para pasar de lo concreto a lo abstracto y de allí a lo formal.

El estudio de la geometría se aborda, fundamentalmente, desde un enfoque métrico. El enfoque clásico, que se encuentra en Euclides y Hilbert, es el sintético o afín; en el que los conceptos de medida de segmentos y de ángulos no aparece sino al final y de manera algo confusa.

El enfoque métrico sigue un esquema de presentación totalmente distinto, fue propuesto por Birkhoff (1930), en él las funciones de distancia y de medida de ángulos son introducidos al principio. Esto le confiere la ventaja de mayor sencillez.

No se abordarán temas de geometría proyectiva, ya que al realizarse la selección de contenidos propuestos para esta asignatura, se optó por jerarquizar aquellos que el futuro profesor de Matemática deberá conocer profundamente para poder colaborar en la construcción del conocimiento geométrico de sus futuros alumnos de EGB 3 y de Polimodal.

Marco Teórico

Vamos a tomar como punto de partida la obra de Euclides (principios del siglo IV a.C., aproximadamente): *Los Elementos*, constituido por trece libros en los cuales se desarrolla y fundamenta la geometría en forma lógica y sistemática. Todos los conocimientos anteriores fueron perfeccionados y llevados a demostración rigurosa. Euclides reconoce dos tipos de proposiciones: los principios, que se aceptan sin demostración, y los teoremas, que se demuestran a partir de los primeros. Dentro de los principios distingue: definiciones, postulados (principios particulares de la disciplina) y las nociones comunes o axiomas (principios generales). Euclides intentó definir todos los términos que iba a utilizar en sus sistema. Los postulados apuntan a establecer la existencia y unicidad de determinados entes geométricos. Las nociones comunes o axiomas hacen referencia a nociones generales que pueden aplicarse no solo a la geometría (por ejemplo: N°1: Cosas iguales a una misma cosa, son iguales entre sí).

Los *Elementos* de Euclides tienen, en general, una estructura lógica aristotélica, pero la filosofía de la obra euclídea es platónica. Las entidades geométricas, tal como las consideró Euclides, no pertenecen a la experiencia sensible, sino que responden al criterio de las formas platónicas. Los principios, siguen la influencia platónica, a ellos se llega por medio de la reflexión y no a partir de la intuición y de la experiencia sensible.

Por otra parte, si bien en Euclides hay una clara delimitación de que los entes geométricos no son entes de experiencia sensible, el concepto donde se unen ambos órdenes es el concepto de "espacio", que en el griego es al mismo tiempo el lugar de los entes geométricos y el marco de referencia de los hechos físicos.. Esto significa que hay una asimilación en la concepción griega de los conceptos de espacio geométrico y espacio físico, que se transformará en una separación recién después de la geometría no euclidiana.

En el siglo XV el status de la geometría era el de un disciplina a la manera aristotélica, pues los axiomas y postulados proponían verdades evidentes; a fines del siglo XVIII se diría que la geometría era un sistema hipotético deductivo, pues los axiomas y postulados euclidianos proporcionarían buenas hipótesis acerca de la estructura del espacio físico. En ambos casos, la geometría sería una teoría con significado, fáctica, que describiría las propiedades del espacio en que transcurren los fenómenos naturales.

En la segunda década del siglo XIX comenzaron a gestarse las geometrías no euclidianas: la geometría hiperbólica de Gauss – Bolyai – Lobachevsky y la geometría elíptica de Riemann. La obra de estos científicos obligó a cambiar drásticamente el punto de vista tradicional acerca de la geometría. El discurso de las geometrías no euclidianas es puramente formal, se trata de sistemas axiomáticos, esqueletos formales sin significación fáctica.

La geometría euclidiana pasa a ser considerada un sistema axiomático interpretado, la interpretación dada convierte a esta disciplina en un intento de exponer las propiedades del espacio físico.

Sin embargo, como subproducto de la Teoría de la Relatividad, Einstein sugirió que la geometría euclideana no sería la más apropiada para describir las propiedades del espacio físico; éste sería descrito por un sistema axiomático interpretado no euclideano, el de Riemann. De esta manera, la geometría euclidiana perdería su más clásica interpretación y por tanto su utilidad para la física.

No obstante lo anteriormente expuesto, la geometría euclideana sigue teniendo utilidad, describe una región reducida del espacio con gran exactitud. Por otra parte, subsisten otras interpretaciones de la misma con gran utilidad en matemática, como la que origina la geometría analítica.

Debemos aún hacer algunas precisiones. En realidad, los axiomas o postulados de Euclides constituyen un conjunto incompleto, en el sentido de que el geómetra griego pasó por alto algunas suposiciones que es necesario aceptar para llevar a cabo muchas de sus demostraciones. Las formulaciones actuales de la geometría euclideana siguen los lineamientos que propusiera Hilbert en su libro *Fundamentos de geometría* (1899) en el que sí se halla el conjunto completo de axiomas necesarios para desarrollar la disciplina sin omisiones. En lugar de los cinco axiomas de Euclides, se dan cinco grupos de axiomas, uno de los cuales lo constituye únicamente el postulado de las paralelas (que fuera tan controvertido y que llevara a la formulación de las geometrías no euclidianas).

Enfoque metodológico

En este curso se abordará el estudio de la geometría como un constructo axiomático, sin descuidar un primer contacto con cada tema utilizando y potenciando la intuición del alumno.

Se utilizará el método expositivo y el análisis de bibliografía, como estrategias de enseñanza aprendizaje. En los temas en los que es posible, se inducirá al alumno a formular hipótesis, de manera que puedan explicitar las concepciones previas.

El control sistemático del desarrollo y el análisis de los resultados, en la resolución de problemas, permitirán orientar el proceso de enseñanza aprendizaje.

El abordaje histórico de algunos conceptos permitirá al alumno comprender la lógica de la disciplina y el dinamismo de la ciencia.

Competencias

Las capacidades que se espera desarrollar en los estudiantes a lo largo de su formación inicial son las siguientes, en los espacios curriculares de la Formación Orientada son los siguientes:

- Autonomía para poder seguir aprendiendo.
- Espíritu crítico.
- Adquisición de herramientas metacognitivas.
- Responsabilidad como profesional de la docencia

Objetivos

- Dominar los elementos de la geometría métrica y utilizarlos para la modelización y resolución de problemas.
- Iniciarse en el estudio de las transformaciones, desde la geometría afín o sintética
- Valoración de la geometría en el edificio matemático, de su larga evolución para permitirle al ser humano la aprehensión y representación del espacio.

Articulación

Esta asignatura se articula de manera directa con Geometría I, completando así la construcción del conocimiento geométrico necesario para abordar su enseñanza en el nivel medio. También se articula con los demás espacios curriculares en tanto en ella se propicia el rigor en el pensamiento lógico, el que se utiliza en las distintas ramas de la matemática.

Contenidos procedimentales

- Análisis de demostraciones de teoremas.
- Demostraciones de teoremas.
- Resolución de problemas.

Contenidos conceptuales y procedimentales

Núcleo temático I: Fundamentos de la Geometría.

Unidad I: Axiomas de incidencia.

Desarrollo lógico sistemático de la geometría, términos y relaciones no definidos. Tipos de teoremas. Demostración directa. Demostración indirecta o por reducción al absurdo. Axiomas de incidencia: relaciones entre puntos, rectas y planos.

Unidad II: Axiomas de orden.

Definiciones: estar entre, segmento, semirrecta, regiones del plano, ángulo, ángulos suplementarios, ángulo recto, perpendiculares, triángulos congruentes, ángulos y segmentos adyacentes, punto medio, bisectriz de un ángulo, triángulos según sus lados, rectas paralelas, recta tangente a un círculo, paralelogramos, ángulos determinados por dos rectas cortadas por una secante.

Axiomas: puntos alineados, puntos entre puntos alineados, axioma de Pash, proposición sobre la prolongación de la recta, lema de Hilbert. Teoremas: punto entre dos puntos, infinidad de puntos de un segmento, corolario de Peano.

Unidad III: Axiomas de congruencia.

Relación de congruencia. Axiomas: propiedades de la relación de congruencia, transferencia de segmentos y de ángulos, principio fundamental de congruencia, axioma de Hilbert sobre la congruencia de triángulos, subdivisión de ángulos y segmentos. Teoremas: primer criterio de congruencia de triángulos, segundo criterio de congruencia de triángulos, tercer criterio de congruencia de triángulos. Congruencia de triángulos rectángulos.

Unidad IV: Medida y continuidad de segmentos y ángulos

Lemas sobre la medida de segmentos y la medida de ángulos. Teoremas: existencia y unicidad del punto medio de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, propiedad de la bisectriz de un ángulo de un triángulo, condición necesaria y suficiente para que un triángulo sea isósceles, existencia y unicidad de la perpendicular a una recta por un punto, propiedades del paralelismo entre dos rectas. Corolarios: suma de medidas de ángulos adyacentes y de segmentos adyacentes, congruencia y medida de ángulos rectos, congruencia de suplementos de ángulos congruentes, existencia de rectas perpendiculares.

Unidad V: Paralelismo en el plano. Círculos.

El quinto Postulado de Euclides y el surgimiento de las geometrías no Euclidianas. El axioma de las paralelas de Euclides. Proposiciones: recta que interseca a una de dos rectas paralelas dadas, interseca también a la otra; caso en que hay perpendicularidad.

Definición de círculo. Propiedades básicas de los círculos: recta tangente a un círculo, recta secante a un círculo, perpendicularidad entre la tangente al círculo y el radio.

Núcleo temático II: Geometría euclidiana elemental con enfoque métrico.

Unidad VI: Teoremas básicos

Propiedades de la bisectriz del ángulo opuesto a la base de un triángulo isósceles. Perpendicularidad de las diagonales del rombo. Perpendicularidad de las bisectrices de dos ángulos suplementarios. Paralelismo de la bisectriz del ángulo exterior al ángulo desigual de un triángulo isósceles. Congruencia de los ángulos alternos internos determinados por rectas paralelas cortadas por una secante. Teorema recíproco del anterior. Suma de los ángulos interiores de un triángulo. Condición necesaria y suficiente para que dos rectas sean paralelas respecto a los ángulos correspondientes. Congruencia de los lados opuestos de un paralelogramo. Ángulos opuestos congruentes y ángulos adyacentes suplementarios en un paralelogramo. Congruencia y paralelismo de un par de lados opuestos de un paralelogramo. Las diagonales de un paralelogramo se bisecan mutuamente. Propiedades del segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo. Definiciones: mediatriz de un lado de un triángulo, mediana, altura. Caracterización de la mediatriz de un segmento. Propiedad de las mediatrices de un triángulo. Propiedad de las bisectrices de los ángulos de un triángulo. Propiedad de las alturas de un triángulo. Propiedad de las medianas de un triángulo.

Unidad VII: Construcciones con regla y compás.

Paralela a una recta dada. Bisectriz de un ángulo dado. Perpendicular a una recta dada por un punto. Mediatriz de un segmento. Punto medio de un segmento. Construcción de un cuadrado dada una diagonal. Construcción de un triángulo: dados los tres lados, dadas las tres medianas, dados un lado y el punto de intersección de las medianas, dados los puntos medios de los lados. Construcción de un cuadrado dado el lado. Inscribir un círculo en un rombo dado. Inscribir un rombo dado un cuadrado de lados paralelos a las diagonales del rombo. Construcción de un triángulo rectángulo dados la hipotenusa y la altura correspondiente al vértice del ángulo recto. Construcción de un trapecio isósceles dadas las longitudes de sus lados paralelos y una diagonal. División de un segmento en cualquier número de partes iguales.

Unidad VIII: Proporcionalidad y semejanza. Propiedades de los círculos. Superficie.

Proporciones. Lema preliminar. Teorema fundamental de la proporcionalidad. Corolarios del teorema fundamental. División de un segmento en razón interna y externa. Polígonos semejantes. Criterios de semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras y su recíproco. Construcciones. Propiedades de los círculos: propiedad del ángulo inscrito, condición necesaria y suficiente para que un ángulo sea recto, condiciones necesarias y suficientes para que un cuadrilátero sea cíclico, propiedad de la perpendicular a una cuerda, paralelas que cortan a un círculo determinan arcos iguales, propiedad del ángulo semiinscrito. Superficie de polígonos: definición, postulado, superficie de un rectángulo, superficie de un triángulo rectángulo, teorema de Pitágoras.

Contenidos actitudinales

- Valoración de la geometría como instrumento para desarrollar el pensamiento lógico.
- Aprecio por el lenguaje específico que evita la ambigüedad.
- Valoración del intercambio de ideas y del trabajo grupal como instancia de aprendizaje y enriquecimiento mutuo.
- Tenacidad y perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas.
- Espíritu democrático, tanto como futuro enseñante y como integrante de la comunidad docente.

Estrategias Didácticas

Para el desarrollo de las actividades se emplearán las siguientes estrategias:

- lectura de axiomas, definiciones, teoremas; análisis de las demostraciones de los teoremas, reescritura de las mismas en un formato didáctico que posibilita la comprensión profunda de las mismas.
- resolución de problemas y justificación de construcciones con regla y compás.

Recursos

-Los alumnos deberán contar cada uno con las fotocopias del texto seguido por el docente de la cátedra.

Cronograma

Desde el inicio del ciclo lectivo hasta mediados de mayo: Núcleo temático I

Desde mediados de mayo hasta mediados de junio: Núcleo temático II, unidad VI

Desde mediados de junio a primera semana de julio: Núcleo temático II, unidades VII y VIII

Bibliografía

- Velazco Sotomayor Gabriel; “*Tratado de geometría*” Editorial Limusa, 1983.
- Moise Edwin E. y Downs Floyd L., Jr.; “*Geometría Moderna*”. Editorial Addison – Wesley Ib., 1986

Evaluación

- Inicial: mediante situaciones problemáticas e interacción con el estudiante, se exploran los conocimientos previos de los alumnos, al abordar conceptos en los que aquellos pudieran existir.
- Formativa: mediante trabajos prácticos y exposición individual del desarrollo y resultados obtenidos en la resolución de situaciones problemáticas, con el objeto de orientar el

proceso de enseñanza aprendizaje. Estas instancias permanentes de control y análisis de conceptos y procesos, constituyen de hecho tutorías en las que el alumno mas avanzado, al exponer el resultado de su trabajo, ayuda al compañero que tiene mas dificultades, estando siempre presente como mediador el docente.

- Sumativa: mediante la administración de pruebas parciales.

Regularización y aprobación de la materia

La asignatura se regulariza cumplimentando el régimen de asistencias previsto en el reglamento de la institución y aprobando las evaluaciones parciales. El alumno tiene derecho a recuperar el 50% de las pruebas parciales.

La asignatura se aprueba con un examen final oral, ante tribunal. La modalidad adoptada por la cátedra es la siguiente: desarrollo por parte del alumno de un tema elegido por él y preguntas del docente, con pedido de desarrollo en mayor o menor grado de acuerdo al desempeño del alumno, de todo el resto del programa.

Existe la figura de alumno libre. Para acogerse a dicha modalidad, el alumno deberá atenerse a la reglamentación vigente en el IES.

Alumnos libres

Si un alumno rinde una materia en calidad de alumno libre, debe:

- 1- Presentar una monografía, cuyo tema le ha sido asignado por el profesor, hasta diez días antes de la fecha de examen (como plazo máximo). Si aprueba la monografía, pasa a la siguiente instancia. La nota mínima es cuatro.
- 2- Rendir una evaluación escrita, que consiste fundamentalmente en la parte práctica de la asignatura (corresponde a todos los parciales que rinden los alumnos regulares). Si aprueba esta instancia, pasa a la siguiente. La nota mínima es cuatro.
- 3- Rendir un examen oral, correspondiente al examen oral que pasan los alumnos regulares.

Alumnos promocionales

Los alumnos que deseen optar por la promocionalidad de este espacio curricular deben ajustarse a la reglamentación vigente en el IES a partir del corriente año.

En cuanto a los requisitos de la cátedra, son los siguientes:

- aprobar los parciales con nota mínima 7
- no recuperar ningún parcial
- rendir un coloquio final, en el que se evaluarán contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.